

# INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES

POUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA CULTURE, DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE EN BULGARIE

<http://www.iheb.org/>

## Concours Général de Physique “Minko Balkanski”

6 Mai 2012

*Le problème et les deux exercices sont entièrement indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.*

*La clarté et la précision de la rédaction, qui doit être faite en français ou en anglais, seront prises en compte dans la note finale.*

*La durée de la composition est de **4 heures**. Les calculatrices sont autorisées.*

Valeurs Numériques :

Tension de surface de l'huile : .....  $\gamma_{huile} = 32.10^{-3} N.m^{-1}$   
Permittivité diélectrique du vide : .....  $\epsilon_0 = 8,85.10^{-12} m^{-3}.kg^{-1}.s^4.A^2$   
Charge de l'électron : .....  $e = -1,6.10^{-19} C$   
Pression atmosphérique : .....  $P_0 = 1,013.10^5 Pa$   
Constante des gaz parfaits : .....  $\mathfrak{R} = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$   
Constante d'Avogadro : .....  $N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$   
Vitesse de la lumière dans le vide : .....  $c = 3,0.10^8 m.s^{-1}$   
Champ magnétique terrestre : .....  $B_T = 44,5 \mu T$   
Masse volumique du cuivre : .....  $\rho_{Cu} = 8,9.10^3 kg.m^{-3}$   
Résistivité du cuivre : .....  $\sigma_{Cu} = 1,7.10^8 \Omega.m$   
Angle entre  $B_T$  et l'horizon : .....  $\alpha_{B_T} = 64^\circ$

## Première partie

# Gouttes chargées (10pts)

En 1909, Robert Millikan mesura la charge de l'électron pour la première fois, en étudiant des gouttes d'huile chargées. Pour cela, il observa les vitesses de déplacement de ces gouttes dans un champ électrique statique : il put mesurer les forces subies, et prouva que les charges sont bien des multiples d'une charge  $e$ , qu'il identifia à la charge élémentaire de l'électron.

Dans ce problème, nous cherchons à estimer dans quelle mesure un brouillard de gouttes d'huile chargées est stable. Nous considérons deux types d'énergies potentielles, une liée à la charge de la goutte (énergie électrostatique) et l'autre à la surface de la goutte (énergie de tension de surface). Cette dernière s'écrit  $E_{surf} = S\gamma_{huile}$ , avec  $S$  la surface de la goutte et  $\gamma_{huile}$  la tension de surface de l'huile.

## 1 Critère de stabilité

On étudie une goutte chargée de fluide, en suspension dans l'air.

1. Comment les charges sont-elles distribuées ? Qu'arrive-t-il si la goutte est suffisamment chargée ? (1pts)
2. Calculer l'énergie totale  $E_{totale}$  de la goutte. (2pts)
3. Que vaut la pression  $P$  dans la goutte ? (1pts)
4. Montrer alors que si la goutte est petite et sa charge grande, elle tend à éclater. Proposer un critère de stabilité. (1pts)

## 2 Fragmentation d'une goutte

Dans la partie précédente, nous avons approximé les gouttes à des particules sphériques, néanmoins quand leur rayon devient petit, les forces déforment la goutte. Dans cette partie, nous cherchons à mieux modéliser l'instabilité existante, pour ce faire nous utiliserons une méthode énergétique. Quand une goutte est instable, elle se fragmente en plusieurs gouttelettes plus petites. Nous cherchons à connaître le nombre, les tailles et les charges de ces gouttelettes. Pour simplifier, on se restreindra toujours au cas de gouttelettes sphériques.

1. Quelles sont les quantités conservées ? Ecrire les relations de conservation. (0,5pts)

2. Ecrire l'énergie totale du système  $E_{total}^{(S)}$ . (0,5pts)
3. Montrer que la configuration qui minimise l'énergie est telle que la charge de chaque gouttelette créée est proportionnelle à son rayon, et que ces gouttelettes ont toutes la même taille et la même charge. On pourra traiter les variations des rayons et des charges indépendamment. (2pts)
4. Donner la taille des gouttes et leur charge, puis leur énergie en fonction du nombre de gouttelettes. (0,5pts)
5. En déduire le nombre de gouttelettes. (1pts)
6. On souhaite tenir compte à présent du fait que la charge électrique ne peut être qu'un multiple entier de  $e$ . Application numérique : Quelles est la taille minimale d'une gouttelette de charge  $e$ ? (0,5pts)

## Deuxième partie

# Exercices (10pts)

## Rotation d'une spire mince (5pts)

Une spire circulaire en mince fil de cuivre est mise en rotation autour d'un de ses diamètres vertical dans le champ magnétique terrestre. En ce point, le champ magnétique terrestre est de  $B_T$  dirigé suivant un angle de  $\alpha_{B_T}$  sous l'horizontale. Sachant que la masse volumique du cuivre est  $\rho_{Cu}$  et que sa résistivité est de  $\sigma_{Cu}$ , calculez au bout de combien de temps la vitesse angulaire de rotation de la spire sera divisée par deux. Montrer les étapes de votre raisonnement. Cette durée est très grande devant la durée d'une révolution.

Vous pouvez négliger les frottements sur les supports et la résistance de l'air, et ne tenez pas compte des effets d'auto-induction, bien qu'ils ne soient pas négligeables.

## Utilisation d'une pompe(5pts)

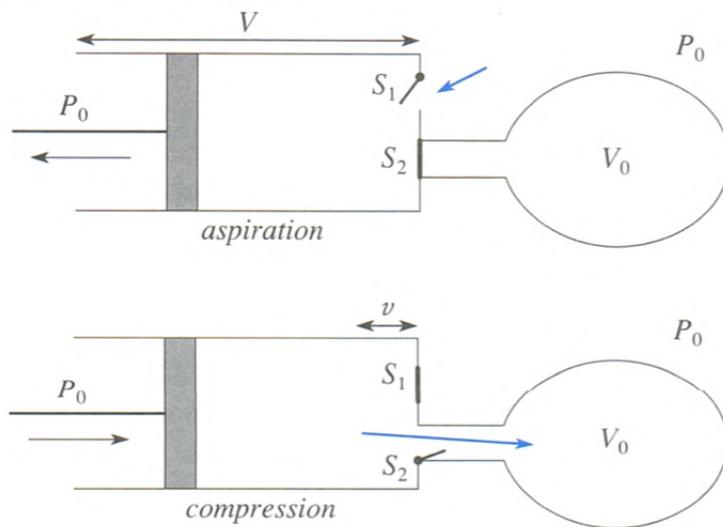
Un réservoir de volume  $V_0$  contient initialement de l'air (assimilable à un gaz parfait) à la pression  $P_0$ . On peut augmenter cette pression en y refoulant de l'air à l'aide d'une pompe. La pompe est constituée d'un cylindre dans lequel coulisse (sans frottement) un piston actionnée par un moteur. Le volume maximal du cylindre est  $V$  (le piston est alors

en début de course, à gauche), le volume minimal du cylindre est  $v$  (le piston est en fin de course, à droite).

Lorsque le piston se déplace vers la gauche, les soupapes  $S_1$  et  $S_2$  sont d'abord fermées, puis  $S_1$  s'ouvre dès que la pression de l'air résiduel contenu dans le cylindre devient égale à la pression atmosphérique  $P_0$ ; l'air extérieur est alors aspiré dans la pompe. (*cf. la partie supérieure de la figure*)

Lorsque le piston se déplace vers la droite,  $S_1$  se ferme, l'air contenu dans le cylindre est comprimé; puis  $S_2$  s'ouvre dès que la pression de l'air du cylindre devient égale à celle de l'air contenu dans le réservoir, l'air du cylindre est alors refoulé dans le réservoir. (*cf. la partie inférieure de la figure*)

On suppose qu'au cours des diverses transformations l'air décrit une suite continue d'états d'équilibre thermodynamique internes à température constante (transformation isotherme).



1. (a) Calculer la pression  $P_k$  de l'air contenu dans le réservoir après  $k$  allers et retours du piston. (1pts)
- (b) Quelle est la valeur limite  $P$  de  $P_k$  quand  $k$  devient très grand? Retrouver cette valeur sans passer par le calcul des pressions intermédiaires. (1,5pts)
2. On suppose dorénavant  $v = 0$ .
  - (a) Exprimer la pression  $P_k$  en fonction de  $P_0$ ,  $V$ ,  $V_0$  et  $k$ . (1pts)
  - (b) Calculer le travail  $W_k$  que fournit le moteur pour effectuer  $k$  allers et retours du piston. (1,5pts)

\*FIN\*